

Modelování volatility akciového indexu FTSE 100

Adam Borovička¹

¹ Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky, Katedra ekonometrie; nám. W. Churchilla 4, Praha 3, 130 67; adam.borovicka@vse.cz

Grant: IGA F4/16/2011

Název grantu: Modely operačního a finančního managementu

Oborové zaměření: Ekonomie

© GRANT Journal, MAGNANIMITAS Assn.

Abstrakt Objektem příspěvku je typická vlastnost finančních časových řad, volatilita. Ekonomické časové řady se velmi často vyznačují průběhem střídajících se období relativního „klidu“ a období s významnou variabilitou. K modelování volatility nám slouží speciální ekonometrické modely - modely volatility - charakterizující tzv. podmíněnou heteroskedasticitu. Cíl článku je spatřován ve výběru vhodného modelu volatility akciového indexu FTSE 100. Cesta vede přes testy stacionarity časových řad závěrečných cen sledovaného indexu, testy podmíněné heteroskedasticity a autokorelace. Také identifikujeme pravděpodobnostní rozdělení sledované veličiny. Nedílnou součástí při analýze finančních časových řad je přítomnost různých asymetrických efektů, které determinují podmíněnou heteroskedasticitu lineárního či nelineárního typu.

Klíčová slova Volatilita, podmíněná heteroskedasticita, EGARCH, GJR-GARCH, funkce NIC.

1. ÚVOD

Volatilita – slovo, které slyšíme dnes a denně. Valí se na nás z televizních obrazovek, hlasových přijímačů, tištěných médií, vkrádá se nám do rozhovoru s kamarády v restauraci, na obchodních jednáních s klienty či partnery. Proč je toto cizí slovo v dnešní době tak „v kurzu“? Odpověď zní - ekonomická krize! To ona nás naučila vnímání pojmu, za kterým se zprostředkovaně skrývá nestabilita, častá vychýlenost od průměrných hodnot, nestálost. Volatilita označuje míru kolísání hodnoty aktiva, popř. jeho výnosové míry. Volatilitu též můžeme chápat jako míru rizika spojenou s investicí do určitého aktiva¹.

Při modelování a analýze mnoha ekonomických, zejména pak finančních časových řad, hraje zcela nezanedbatelnou roli výše popsaný jev, volatilita. Takové časové řady typicky vykazují střídavá období relativního „klidu“ a poměrně vysoké variability a volatility (Hušek, 2007). V této situaci vstupují do popředí právě **modely volatility**. Zkoumané modely se tedy nebudou zabývat úrovní časových řad, nýbrž jejich variabilitou. Hovoříme o skupině modelů, které charakterizují tzv. podmíněnou heteroskedasticitu (Arlt a kol., 2007). Zaměření modelů umožňuje zachytit měnící se podmínky nejistoty v tržním prostředí. Jejich praktická aplikace je

široká, velmi dobře mohou posloužit při optimalizaci portfolia či intervalových předpovědí v časových řadách (Arlt a kol., 2007).

2. AKCIOVÝ INDEX FTSE 100

Akciový index FTSE 100 je nejpoužívanějším indikátorem akciového trhu ve Velké Británii. Počátek měření datujeme k 3. 1. 1984, kdy se jeho výchozí hodnota stanovila na hranici 1000 bodů². Index je tvořen jedním stem největších britských firem, jejichž emise jsou posuzovány z hlediska tržní kapitalizace a likvidity³. Je počítán z cen vážený tržní kapitalizací. Báze FTSE 100 je proměnlivá, největší společnosti figurující v širším indexu FTSE 250 mohou při splnění konkrétních požadavků postoupit do báze FTSE 100 a nahradit tak některé dosavadní firmy v tomto indexu⁴.

3. MODELY VOLATILITY

Modely volatility vycházejí z reálného předpokladu, že podmíněně rozptýly jsou v čase proměnlivé. Matematicky si sledovaný model vyjádříme podle následujícího vztahu

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

kde $|\phi_1| < 1$ a $\{\varepsilon_t\}$ je podmíněně heteroskedastický proces s podmíněnou střední hodnotou $E(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = 0$ a podmíněným rozptylem $D(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = E(\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1}) = h_t$, kde Ω_{t-1} je relevantní minulá informace až do času $t-1$. Tyto požadavky splňuje model procesu $\{\varepsilon_t\}$ ve tvaru

$$\varepsilon_t = e_t h_t^{1/2}, \quad (2)$$

kde veličiny procesu $\{e_t\}$ jsou nezávislé s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem. Jestliže je rozdělení náhodné veličiny ε_t za podmínky informace, která je k dispozici v čase $t-1$, normované normální, tedy $e_t \sim N_{t-1}(0,1)$, pak je rozdělení náhodné veličiny X_t za podmínky informace, která je k dispozici v čase $t-1$, normální s podmíněným rozptylem měnícím se v závislosti na čase, tj. $X_t \sim N_{t-1}(0, h_t)$. Na základě Jensenovy nerovnosti (více viz Arlt a

¹ <http://cs.wikipedia.org/wiki/Volatilita> (cit. 15. 11. 2011)

² http://en.wikipedia.org/wiki/London_Stock_Exchange (cit. 15. 11. 2011)

³ http://www.ftse.com/Indices/UK_Indices/Downloads/FTSE_100_Index_Factsheet.pdf (cit. 15. 11. 2011)

⁴ http://www.ftse.com/Indices/UK_Indices/Downloads/FTSE_UK_Index_Series_Index_Rules.pdf (cit. 20. 11. 2011)

kol., 2007) tvrdíme, že špičatost nepodmíněného rozdělení ε_t je větší nebo rovna špičatosti normovaného normálního rozdělení.

Různá formulace vývoje podmíněného rozptylu h_t v čase dává vzniknout několika modelům volatilit, linerárního či nelineárního charakteru.

3.1 Lineární modely volatilit

Nejdříve se podíváme na modely, které byly poprvé popsány v první polovině 80. let minulého století Robertem F. Englem. Pro lineární modely volatilit je charakteristické, že podmíněný rozptyl je lineární funkcí veličin $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$.

3.1.1 Model ARCH(q)

Obecný model ARCH vykazuje podmíněný rozptyl ve formě

$$h_t = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2. \quad (3)$$

Podmínky $\omega > 0$ a $\alpha_i \geq 0$ pro $i = 1, 2, \dots, q$ zaručují kladný podmíněný rozptyl. Nepodmíněný rozptyl procesu $\{\varepsilon_t\}$ má tvar

$$D(\varepsilon_t) = \frac{\omega}{1 - \alpha_1 - \dots - \alpha_q}, \quad (4)$$

což znamená, že je konstantní v čase a proces $\{\varepsilon_t\}$ je nepodmíněně homoskedastický.

Model ARCH umožňuje zachytit shluky volatilit v časové řadě, stejně tak vyšší špičatost pravděpodobnostního rozdělení, než je špičatost rozdělení normálního (Arlt a kol., 2007 či Hušek, 2007).

3.1.2 Model GARCH(p,q)

Mnohdy se setkáváme při modelování časových řad pomocí modelů ARCH(q) s velmi vysokým parametrem q , což má za následek odhadování velkého množství parametrů. V roce 1986 Tim P. Bollerslev navrhl řešení rozšířením stávajícího modelu o zpožděný rozptyl.

Podmíněný rozptyl obecného modelu GARCH(p,q) vyjadřujeme vztahem

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}. \quad (5)$$

Kladný podmíněný rozptyl zaručují podmínky $\omega > 0$, $\alpha_i > 0$ pro $i = 1, 2, \dots, q$ a $\beta_i \geq 0$ pro $i = 1, 2, \dots, p$. Nepodmíněný rozptyl vykazuje konstantní vývoj v čase, proces $\{\varepsilon_t\}$ je nepodmíněně homoskedastický. Opět lze dokázat větší špičatost rozdělení náhodné veličiny ε_t , než vykazuje normální rozdělení.

3.2 Nelineární modely volatilit

Při analýze finančních časových řad můžeme přijít do styku s různými asymetrickými efekty. Za nejdůležitější asi považujeme tzv. *pákový efekt*, který reflektuje nestejnou projev kladných a záporných šoků do podmíněného rozptylu. Lineární modely nejsou s to zohledňovat tento či jiný projev asymetrie, protože podmíněný rozptyl v nich závisí pouze na čtverci šoků, tudíž kladné i záporné šoky mají totožný efekt.

Jelikož většina nelineárních modelů volatilit usiluje o zachycení různých efektů kladných a záporných šoků, mohou být modely velmi podobné, proto byla v 90. letech minulého století vymyšlena metoda, která jednotlivé modely porovnává. Metoda je založena na konstrukci funkce *NIC*, která určuje, jak se nová informace promítá do volatilit. Jinými slovy ukazuje vztah mezi šokem ε_t a podmíněným rozptylem h_{t+1} za předpokladu konstantních všech minulých a přítomných informací. Konkrétně například v modelu GARCH(1,1) má funkce *NIC* tvar

$$NIC(\varepsilon_t | h_t = h_c) = \omega + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + \beta_1 h_c. \quad (6)$$

NIC je kvadratická funkce se středem v bodě $\varepsilon_t = 0$. V praxi se volí h_t rovno nepodmíněnému rozptylu procesu $\{\varepsilon_t\}$, tedy σ_ε^2 .

3.2.1 Model EGARCH(p,q)

Model EGARCH byl vůbec prvním, který dokázal zachytit asymetrický šok. Nejdříve se podíváme na model EGARCH(1,1), kde podmíněný rozptyl, vlastně jeho přirozený logaritmus, vykazuje tvar

$$\ln(h_t) = \omega + g(\varepsilon_{t-1}) + \beta_1 \ln(h_{t-1}), \quad (7)$$

kde $g(\varepsilon_{t-1}) = \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma_1 [|\varepsilon_{t-1}| - E(|\varepsilon_{t-1}|)]$.

Jelikož model popisuje vztah mezi logaritmem podmíněného rozptylu a minulými šoky, neklademe žádná omezení na parametry $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$, která by zajišťovala nezápornost podmíněného rozptylu. Z vlastností procesu $\{\varepsilon_t\}$ vyplývá, že proces $\{g(\varepsilon_t)\}$ má nulovou střední hodnotu a není autokorelovaný.

Pro analýzu asymetrie ve vztahu podmíněného rozptylu a šoků vyjádříme funkci $g(\varepsilon_t)$ ve tvaru

$$g(\varepsilon_t) = (\alpha_1 + \gamma_1) \varepsilon_t I(\varepsilon_t > 0) + (\alpha_1 - \gamma_1) \varepsilon_t I(\varepsilon_t < 0) - \gamma_1 E(|\varepsilon_{t-1}|), \quad (8)$$

kde $I(A)$ je funkce, která nabývá hodnot 1, jestliže jev A nastane a hodnoty 0, pokud jev A nenastane. Součet parametrů $(\alpha_1 + \gamma_1)$ ukazuje vliv kladných šoků na logaritmus podmíněného rozptylu, vliv záporných šoků pak zobrazuje rozdíl parametrů $(\alpha_1 - \gamma_1)$.

Funkce *NIC* modelu EGARCH (1,1) má formu

$$NIC(\varepsilon_t | h_t = \sigma_\varepsilon^2) = \begin{cases} A \exp\left(\frac{\alpha_1 + \gamma_1}{\sigma_\varepsilon} \varepsilon_t\right) & \text{pro } \varepsilon_t > 0, \\ A \exp\left(\frac{\alpha_1 - \gamma_1}{\sigma_\varepsilon} \varepsilon_t\right) & \text{pro } \varepsilon_t < 0, \end{cases} \quad (9)$$

kde $A = \sigma_\varepsilon^{2\beta_1} \exp(\omega - \gamma_1 \sqrt{2/\pi})$.

3.2.2 Model GJR-GARCH(p,q)

Forma obecného modelu GJR-GARCH(p,q) čistě závisí na podobě modelu GARCH(p,q). Tedy, model GARCH(1,1) lze upravit do tvaru

$$h_t = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 [1 - I(\varepsilon_{t-1} > 0)] + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 I(\varepsilon_{t-1} > 0) + \beta_1 h_{t-1}, \quad (10)$$

kteř budeme označovat právě jako model GJR-GARCH(1,1). Podmíněný rozptyl vykazuje nezáporných hodnot, pokud $\omega > 0$, $(\alpha_1 + \gamma_1)/2 \geq 0$ a $\beta_1 > 0$. Model je stacionární v kovariancích, pokud platí $(\alpha_1 + \gamma_1)/2 + \beta_1 < 1$.

Funkci *NIC* modelu GJR-GARCH(1,1) pak píšeme ve tvaru

$$NIC(\varepsilon_t | h_t = \sigma_\varepsilon^2) = A + \begin{cases} \alpha_1 \varepsilon_t^2 & \text{pro } \varepsilon_t < 0, \\ \gamma_1 \varepsilon_t^2 & \text{pro } \varepsilon_t > 0, \end{cases} \quad (11)$$

kde $A = \omega + \beta_1 \sigma_\varepsilon^2$.

Pro model stacionární v kovariancích je podmíněný rozptyl $\sigma_\varepsilon^2 = \omega / [1 - (\alpha_1 + \gamma_1) / 2 - \beta_1]$.

3.3 Konstrukce modelu volatility

Při výstavbě modelu musíme analyzovat stacionaritu sledovaných časových řad, provádíme testy podmíněné heteroskedasticity a normality, dále testujeme i hypotézu podmíněné heteroskedasticity nelineárního typu. Po odhadnutí parametrů zvoleného modelu podmíněné heteroskedasticity ověřujeme jeho vhodnost diagnostickými testy (testy autokorelace, heteroskedasticity či normality). Pro odhad parametrů modelu volatility využíváme metodu maximální věrohodnosti, popřípadě quasi metodu maximální věrohodnosti (Arlt a kol., 2007 či Hušek, 2007). Pro další potřeby se model dále může modifikovat. Konečná verze modelu slouží pro popisné či predikční účely.

Stacionaritu časových řad budeme diagnostikovat pomocí grafických nástrojů, výběrové autokorelační funkce (ACF), výběrové parciální autokorelační funkce (PACF) a testů Dickeye a Fullera. Pro analýzu podmíněné heteroskedasticity lineárního typu využijeme ARCH test, při zkoumání podmíněné heteroskedasticity nelineárního typu pak SB, PSB a NSB testy. Identifikaci autokorelace budeme provádět pomocí Portmanteau testu. Jarqueův-Berův test normality pak poslouží pro sledování charakteru rozdělení sledované veličiny (více viz Arlt a kol., 2007 nebo Hušek, 2007).

3.4 Testy podmíněné heteroskedasticity

Ze všech zmíněných testů, které musíme při modelování volatility uskutečnit, vybírám jen testy na podmíněnou heteroskedasticitu lineárního a nelineárního typu, jakožto zcela zásadního jevu vyskytujícího se při zkoumání volatility.

3.4.1 Testy podmíněné heteroskedasticity lineárního typu

Jev heteroskedasticity zkoumáme a zjišťujeme stejně jako u autokorelace z důvodů negativních dopadů na výsledný model. Odhady regresních koeficientů ztrácejí některé optimální vlastnosti, zejména vydatnost, statistické testy mohou podávat falešné informace.

Konkrétně k identifikaci podmíněné heteroskedasticity lineárního typu využijeme ARCH test, který lze také interpretovat jako test autokorelace čtverce nesystematické složky.

Podmíněný rozptyl h_t modelu ARCH(q) je konstantní, jestliže jsou parametry odpovídající veličinám $\varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$ rovny nule. Jako nulová hypotéza bude figurovat hypotéza podmíněné homoskedasticity, totiž $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0$. Alternativní hypotézou je, že alespoň jeden parametr je různý od nuly, tj. $H_1: \text{non } H_0$. Test bychom pak mohli zapsat v následujících krocích:

- 1) Odhadnou se parametry lineárního či nelineárního úrovnového modelu a získají se rezidua $\hat{\varepsilon}_t$ a reziduální součet čtverců ESS_0 .

- 2) Konstruuje se regresní model $\hat{\varepsilon}_t^2 = \hat{\omega} + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + u_t$, na jehož základě se získá reziduální součet čtverců ESS_1 a index determinace R^2 .
- 3) Testové kritérium LM ve tvaru TR^2 má za předpokladu platnosti nulové hypotézy asymptotické rozdělení $\chi^2(q)$.
- 4) F-verze tohoto testového kritéria pro malé výběry má podobu $F_{LM} = \frac{(ESS_0 - ESS_1)/q}{ESS_1/(T - q - 1)}$, její rozdělení lze za předpokladu platnosti nulové hypotézy aproximovat rozdělením $F(q, T - q - 1)$.

3.4.2 Testy podmíněné heteroskedasticity nelineárního typu

Při zjišťování přítomnosti podmíněné heteroskedasticity nelineárního typu můžeme využít dva způsoby. V rámci prvního nejprve zvolíme lineární model volatility a odhadneme jeho parametry. Poté zkoumáme, jestli je model vhodný či by bylo lepší vzhledem k datovým asymetriím použít spíše model nelineární. Druhý přístup je analogií ověřování podmíněné heteroskedasticity lineárního typu. Přímou se totiž testuje hypotéza podmíněné homoskedasticity proti hypotéze podmíněné heteroskedasticity nelineárního charakteru.

K testování podmíněné heteroskedasticity nelineárního typu využijeme SB, NSB a PSB testy. SB test se používá pro objasnění, zda kladné a záporné výnosy bez ohledu na jejich výši mají jiný vliv na podmíněnou heteroskedasticitu. NSB a PSB testy pak ověřujeme, jestli vliv záporných či kladných výnosů na podmíněný rozptyl závisí také na jejich výši (Arlt a kol., 2007 nebo Hušek, 2007).

Nejdříve si musíme zavést některé proměnné. D_{t-1}^- bude umělá proměnná, která nabude hodnoty 1, jestliže $\hat{\varepsilon}_{t-1}$ je záporné nebo hodnoty 0 v jiném případě. Další pomocnou proměnnou bude $D_{t-1}^+ = 1 - D_{t-1}^-$. U SB testu vycházíme z modelu

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 \hat{w}_{t-1} + u_t, \quad (12)$$

kde $\hat{\varepsilon}_t^2$ je čtverec rezidua lineárního nebo nelineárního úrovnového modelu a $\hat{w}_{t-1} = D_{t-1}^-$. Testovanou hypotézou je $H_0: \phi_1 = 0$ a alternativní hypotézou se stává $H_1: \phi_1 \neq 0$. Testovým kritériem je statistika t .

Pokud v modelu (12) $\hat{w}_{t-1} = D_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1}$, pak se test nazývá NSB test. Jestliže platí v modelu (12), že $\hat{w}_{t-1} = D_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}$, potom se jedná o PSB test. Rozdělení statistiky t je ve všech třech zmíněných testech asymptoticky normované normální.

Uvedené testy můžeme nakonec sloučit. Pak budeme postupovat podle následujícího schématu:

- 1) Odhadnou se parametry lineárního či nelineárního úrovnového modelu a získají se rezidua $\hat{\varepsilon}_t$ a reziduální součet čtverců ESS_0 .
- 2) Konstruuje se regresní model $\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 D_{t-1}^- + \phi_2 D_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1} + \phi_3 D_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1} + u_t$, na jehož základě se získá reziduální součet čtverců ESS_1 a index determinace R^2 . Testovanou hypotézou je $H_0: \phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0$, která poukazuje na nepřítomnost asymetrie uvažovaného typu v časové řadě. Alternativní hypotéza pak vykazuje podobu $H_1: \text{non } H_0$.

- 3) Testové kritérium LM ve tvaru TR^2 má za předpokladu platnosti nulové hypotézy asymptoticky rozdělení $\chi^2(3)$.
- 4) F -verze tohoto kritéria pro malé výběry vykazuje tvar

$$F_{LM} = \frac{(ESS_0 - ESS_1)/3}{ESS_1/(T-4)}, \text{ kde } ESS_0 \text{ je reziduální součet}$$

čtverců $\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2$, její rozdělení lze za předpokladu platnosti nulové hypotézy aproximovat rozdělením $F(3, T-4)$.

4. MODELOVÁNÍ VOLATILITY AKCIOVÉHO INDEXU FTSE 100

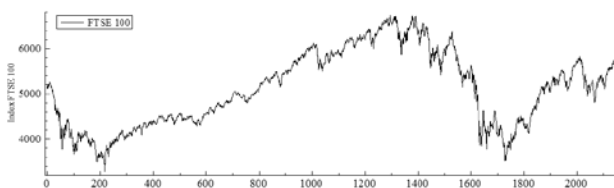
Po podpůrné teoreticky zaměřené části přecházíme na praktickou aplikaci. Nejprve představíme napozorovaná data týkající se vývoje hodnot akciového indexu FTSE 100⁵. Pro co možná časově nejkompaktnější pohled na volatilitu je finanční časová řada přibližně 8,5 roku dlouhá, konkrétně od 1. 5. 2002 do 15. 10. 2010. Jedná se o řadu vysokofrekvenční, používáme denní údaje referující o závěrečné ceně akciového indexu. Záměrně zvolená délka časové řady zahrnuje vliv ekonomické konjunktury, následný drtivý hospodářský pokles s lehkým oživením v závěru období. Zvolení délky časového období ovlivňuje výsledné modely. Veškeré provedené testy, výpočty byly zpracovány v programu PcGive⁶.

4.1 Stacionarita časové řady závěrečných cen indexu FTSE 100

Většina ekonomických časových řad (např. HDP, mzdy, investice) jsou nestacionární. Sledované veličiny mají totiž tendenci vracet se k určité hodnotě či opisovat trend. V těchto případech se nestacionární časové řady původních pozorování transformují na stacionární zpravidla pomocí první či vyšších diferencí, popř. logaritmováním či jinou eliminací trendu.

Při pohledu na níže zobrazený graf (Obrázek 1) jednoznačně registrujeme ve vývoji akciového indexu na londýnské burze trendy, které signalizují **nestacionaritu** časové řady.

Obrázek 1: Vývoj akciového indexu FTSE 100



Pramen: Výstup z programu PcGive.

Výběrová autokorelační funkce (ACF) a výběrová parciální autokorelační funkce (PACF) také potvrzují nestacionaritu sledované vysokofrekvenční finanční časové řady, stejně tak provedený rozšířený test *Dickeye a Fullera*, který neprokazuje na hladině významnosti 5 % hypotézu, že časová řada je stacionární.

Při analýze finančních časových řad se vychází z předpokladu logaritmicke-normálního rozdělení, hodnoty akciových indexů totiž nemohou být záporné. Pro dosažení stacionarity dat transformujeme řady logaritmováním. Bohužel i takto upravené časové řady jsou

většinou nestacionární, tudíž využíváme ještě diferencování. Diferenci logaritmů je možné interpretovat jako **logaritmus výnosů** (Arlt a kol., 2007).

Pro stacionarizaci časové řady závěrečných cen akciového indexu FTSE 100 tedy využijeme diferenci logaritmů, kterou vypočítáme následujícím vztahem (13)

$$\ln r_t^{FTSE_100} = \ln(FTSE_100_t) - \ln(FTSE_100_{t-1}) = \frac{\ln(FTSE_100_t)}{\ln(FTSE_100_{t-1})},$$

kde $FTSE_100_t$, resp. $FTSE_100_{t-1}$ jsou závěrečné ceny indexu FTSE 100 v čase t , resp. $t-1$.

4.2 Testy autokorelace, podmíněné heteroskedasticity a normality logaritmů výnosů indexu FTSE 100

Než se pustíme do samotných odhadů konkrétních modelů volatilitu, musíme příslušná transformovaná data prověřit z hlediska autokorelace, podmíněné heteroskedasticity a normality rozdělení.

Portmanteau test potvrzuje skutečnost, že se vyskytuje v časové řadě **autokorelace**. V případě potřeby by tedy bylo vhodné přidat do budoucího modelu volatilitu zpožděné hodnoty logaritmů výnosů. *Jarqueův-Berův test normality* poukazuje na **nenormální rozdělení**. Toto sdělení potvrzuje i šikmost, která nabývá hodnoty -0,17. *Test ARCH* identifikuje **podmíněnou heteroskedasticitu** ve sledované časové řadě (více viz Borovička, 2011).

Jelikož sledujeme denní finanční časové řady, máme důvodné podezření na výskyt asymetrických efektů. Podíváme se tudíž na možnou existenci již zmíněného tzv. *pákového efektu*.

Tabulka 1: Společný SB, PSB, NSB test logaritmů výnosů indexu FTSE 100

| | Coefficient | T-prob |
|---|------------------|--------------|
| Constant | 0,000113 | 0,001 |
| DLFTSE_100D _t | -0,000065 | 0,184 |
| DLFTSE_100D _{t-1} DLFTSE_100_1 | -0,019977 | 0,000 |
| DLFTSE_100D _{t-1} DLFTSE_100_1 | 0,007467 | 0,002 |
| F(3,1235) = 30,25 [0,000]** | | |

Pramen: Výstup z programu PcGive

Nejprve provedeme *SB test*, který nám podá odpověď na otázku, jestli kladné a záporné výnosy bez ohledu na jejich výši mají jiný vliv na podmíněnou heteroskedasticitu. Odpověď je negativní, test neindikuje přítomnost asymetrického efektu na hladině významnosti 5 %. Podle Tabulky 1 společný *SB, PSB, NSB test* však asymetrii potvrzuje. Podle dílčích *t-testů* nebyl prokázán odlišný vliv kladných a záporných výnosů, avšak podmíněná heteroskedasticita závisí na výši kladných a záporných výnosů. Odhad parametru u proměnné charakterizující vliv výše záporného výnosu je záporný a v absolutní hodnotě vyšší než odhad parametru u proměnné charakterizující vliv výše kladných výnosů, tudíž úroveň záporných výnosů se do podmíněné heteroskedasticity promítá o něco silněji než úroveň výnosů kladných.

4.3 Stanovení vhodného modelu volatilitu pro akciový index FTSE 100

Z hlediska výskytu asymetrických efektů zvolíme vhodný model, který bude co nejpřesněji opisovat zkoumanou variabilitu časové řady. Zaměříme se na modely EGARCH(p,q) a GJR-GARCH(p,q).

⁵ <http://www.patria.cz/akcie/vyzkum/databanka.html> (cit. 20. 10. 2010)

⁶ Softwarový produkt PcGive poskytuje veškeré zázemí pro ekonometrické modelování s velmi sofistikovaným a přívětivým uživatelským prostředím. Viz portál www.pcgive.com (cit. 16. 11. 2011).

4.3.1 EGARCH(p,q)

Nejdříve se podíváme na závěry plynoucí z použití modelů EGARCH, které zobrazuje Tabulka 2. Jedná se o modely EGARCH(1,1) s (ne)zahrnutím zpožděné hodnoty logaritmu výnosů o jedno období (den) a alternativním předpokladem (ne)normality rozdělení.

Tabulka 2: Modely volatility EGARCH pro index FTSE 100

| Model | Log-věrohodnostní funkce |
|--|--------------------------|
| EGARCH(1,1) s normálním rozdělením | 6805,71461 |
| EGARCH(1,1) s nenormálním rozdělením | 6810,04048 |
| EGARCH(1,1) s normálním rozdělením a 1 zpožděním | 6806,72063 |
| EGARCH(1,1) s nenormálním rozdělením a 1 zpožděním | 6810,55349 |

Pramen: Výstup z programu PCGive.

Při aplikaci výše zmíněných modelů vycházejí všechny *t-testy* parametrů statisticky významné na hladině významnosti 0,05. Parametr α_1 u veličiny e_{t-1} vychází záporný, což potvrzuje přítomnost asymetrického efektu, který se projevuje v silnějším vlivu záporných hodnot do podmíněné heteroskedasticity než hodnot kladných. Tuto skutečnost potvrzuje i tvar funkce *NIC* (více viz Borovička, 2011).

Jelikož mnohdy dochází k porušení předpokladu $e_t \sim N_{t-1}(0,1)$, použití modelu s nenormálním rozdělením, obvykle Studentovým, nepřekvapuje. Diagnostické testy všech použitých modelů vykazují absenci podmíněné heteroskedasticity a autokorelace. Model EGARCH(1,1) bez zpožděných hodnot tedy nevykazuje autokorelaci reziduí, tudíž nejsme nuceni do modelu zapojit zpožděné hodnoty vysvětlované proměnné. Pro model se zpožděnou hodnotou o jedno období vychází logaritmus věrohodnostní funkce takřka totožně, u *AIC kritéria* také nacházíme podobné hodnoty. *Jarque-Bera test* opravdu prokazuje nenormální rozdělení.

Pokud bychom vzali do úvahy modely EGARCH s parametry nerovnajícící se jedné, pak identifikujeme jako model s největší hodnotou zlogaritmované věrohodnostní funkce EGARCH(8,8) s absencí jakékoliv zpožděné hodnoty s předpokladem normálního rozdělení. V případě nenormálního rozdělení náhodné složky dojdeme sice ke zvýšení zlogaritmované věrohodnostní funkce o několik jednotek, některé parametry modelu ale vychází statisticky nevýznamné.

V duchu důkazu nenormality rozdělení nesystematické složky vybíráme model **EGARCH(1,1)** s možností zahrnutí zpoždění o 1 období.

4.3.2 GJR-GARCH(p,q)

Pokud uděláme odhady různých modifikací modelů GJR-GARCH, vyjde nám jako nejlepší model pro popis volatility **GJR-GARCH(1,1)** s nenormálním rozdělením a zahrnutím jedné zpožděné hodnoty. Zpožděnou hodnotu nezavádíme kvůli alarmující indikaci autokorelace, ale jako element vylepšující logaritmus odhadové věrohodnostní funkce. Ostatní modely s větším počtem

parametrů vykazují některé statistické testy parametrů nevýznamné či indikují nižší hodnoty zlogaritmované věrohodnostní funkce.

4.3.3 Výběr modelu volatility pro index FTSE 100

Vybraný model EGARCH(1,1) vykazuje o něco lepší hodnotu logaritmu věrohodnostní funkce, stejně tak na vyšší hladině významnosti vychází test podmíněné heteroskedasticity a neautokorelovanosti náhodné složky oproti modelu GJR-GARCH(1,1). Pro modelování akciového indexu tedy volíme model **EGARCH(1,1)**.

5. ZÁVĚR

Po rozsáhlé analýze nakonec volíme jako nejlepší model popisující volatilitu akciového indexu FTSE 100 **EGARCH(1,1)** s předpokladem nenormálního rozdělení s možným zahrnutím zpoždění o jedno období.

Nakonec připomeňme, že byla prokázána přítomnost asymetrického efektu, konkrétně pak větší vliv záporných výnosů do podmíněné heteroskedasticity než hodnot kladných. Zjištění nenormality nesystematické složky nebylo překvapením. Zahrnutí předpokladu rozdělení Studentova se ukázalo ve většině případů jako vhodné. Jelikož se náhodná složka u časových řad zdála být poněkud zešíklá, zakomponování určitého asymetrického rozdělení by mohlo napomoci k větší důvěryhodnosti modelu volatility.

Pro rozšíření obzorů v dané problematice bychom mohli zkoumat další typy nelineárních modelů, např. IEGARCH či STGARCH. Výsledné modely můžeme velmi dobře využívat pro finanční analýzy či při konstrukci předpovědi.

Zdroje

1. ARLT J.; ARLTOVÁ M. *Ekonomické časové řady – vlastnosti, metody modelování, příklady a aplikace*. 1. vydání. Praha: Grada Publishing, 2007. 285 s. ISBN 978-80-247-1319-9.
2. BOROVIČKA, A. Srovnání volatility akciových indexů PX a FTSE 100. *Acta Oeconomica Pragensia*, roč. 19, č. 2, s. 66–88, 2011.
3. FTSE 100 Index – FACTSHEET, dostupné z: <http://www.ftse.com/>, [cit. 15. 11. 2011].
4. FTSE UK Index Series Rules, dostupné z: <http://www.ftse.com/>, [cit. 20. 11. 2011].
5. HUŠEK, R. *Ekonometrická analýza*. 1. vydání. Praha: Oeconomica, 2007. 367 s. ISBN 978-80-245-1300-3.
6. Patria online, dostupné z: <http://www.patria.cz/>, [cit. 20. 10. 2010].
7. PcGive, dostupné z: <http://www.pcgive.com/>, [cit. 16. 11. 2011].
8. VESELÁ, J. *Burzy a burzovní obchody – výchozí texty ke studiu*. 1. vydání. Praha: Oeconomica, 2005. 189 s. ISBN 80-245-0939-3.
9. Wikipedia, dostupné z: <http://en.wikipedia.org/>, [cit. 15. 11. 2011].
10. Wikipedie, dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/>, [cit. 15. 11. 2011].

Článek vznikl s podporou projektu IGA F4/16/2011 „Modely operačního a finančního managementu“.